

**INSTITUTO FEDERAL DE  
EDUCAÇÃO, CIÊNCIA E TECNOLOGIA**  
RIO GRANDE DO NORTE

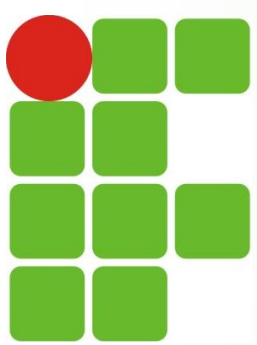


REDE FEDERAL  
DE EDUCAÇÃO  
PROFISSIONAL  
E TECNOLÓGICA  
1909-2009

# Aula 04 – Operações Lógicas sobre Proposições

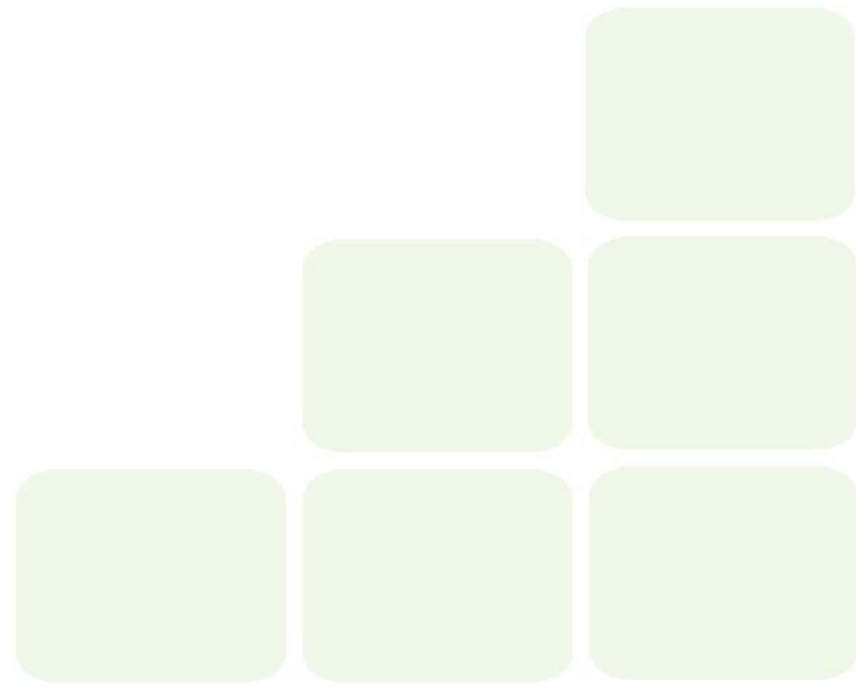
Disciplina: Fundamentos de Lógica e Algoritmos

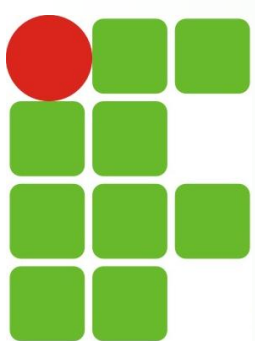
Prof. Bruno Gomes



# Agenda da Aula

- Tabela da Verdade;
- Operações Lógicas sobre Proposições;





# Revisando

- As proposições podem ser:

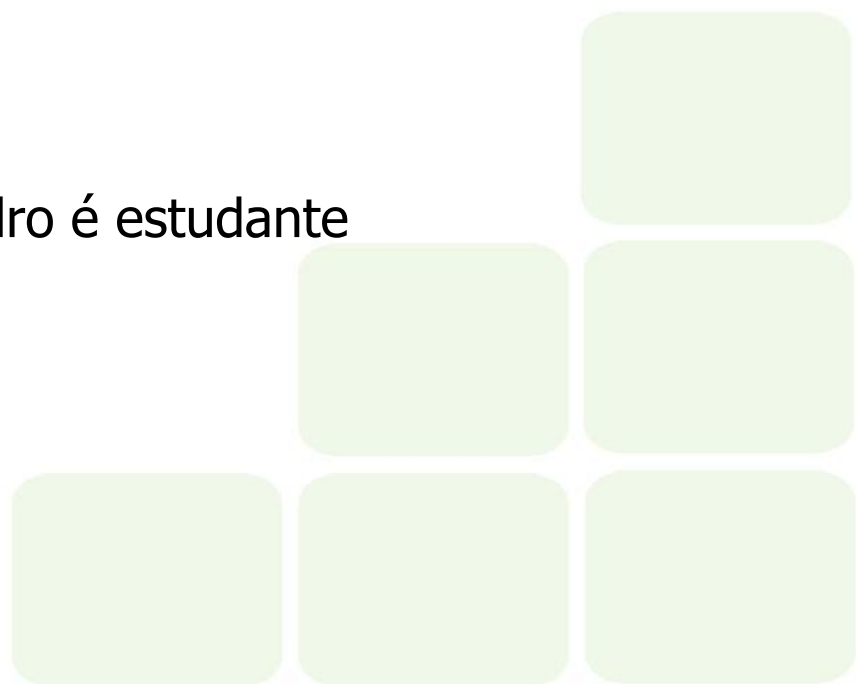
- Simples:

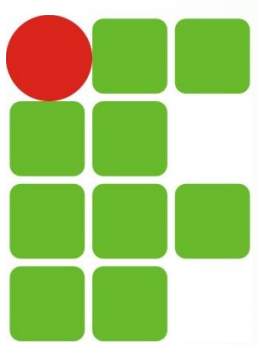
- $p$  : Walter é engenheiro
    - $q$  : Pedro é estudante

- Composta:

- $R$  : Walter é engenheiro e Pedro é estudante

- Representação:  $R(p, q)$



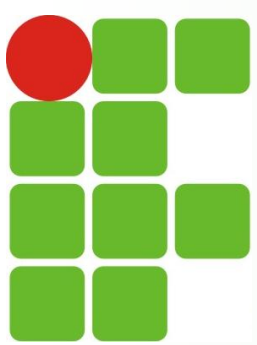


# Revisando

## ■ Conectivos:

- P : Carlos é careca **e** Pedro é estudante
- Q : Carlos é careca **ou** Pedro é estudante
- R : **Se** Carlos é careca, **então** é infeliz





# Revisando

- Notação:

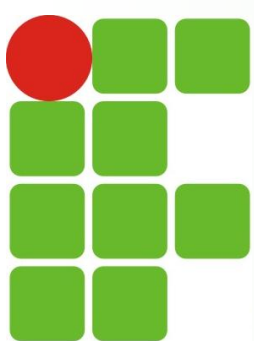
- (p) O sol é verde

- Notação:  $V(p) = F$

- (a) A Lua é um satélite da terra

- Notação:  $V(a) = V$





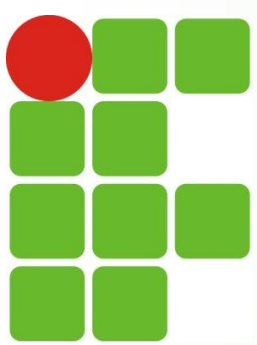
# Tabela da Verdade

- Dispositivo que representa todos os possíveis valores lógicos de uma proposição.

- Representação:

<b>p</b>
<b>V</b>
<b>F</b>

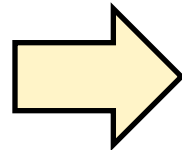
- Traduzindo: A proposição **p** pode assumir os valores **V** ou **F**.



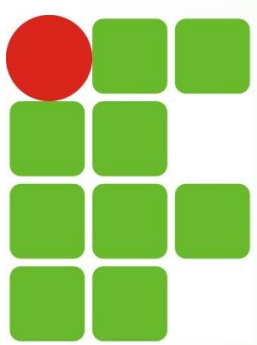
# Tabela da Verdade

- Utilização de duas proposições:

<b>p</b>	<b>q</b>
V	V
V	F
F	V
F	F

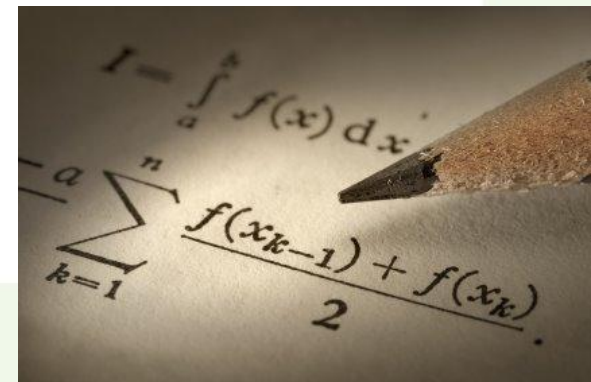


<b>p</b>	<b>q</b>	<b>Operação</b>
V	V	
V	F	
F	V	
F	F	

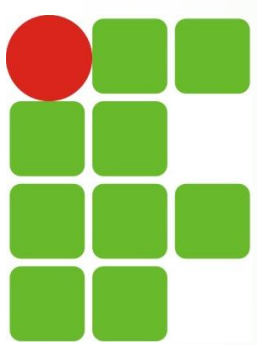


# Operações Lógicas

- Operações realizadas sobre as proposições;
- Seguem a regra do cálculo proposicional:
  - Semelhante à aritmética sobre números.

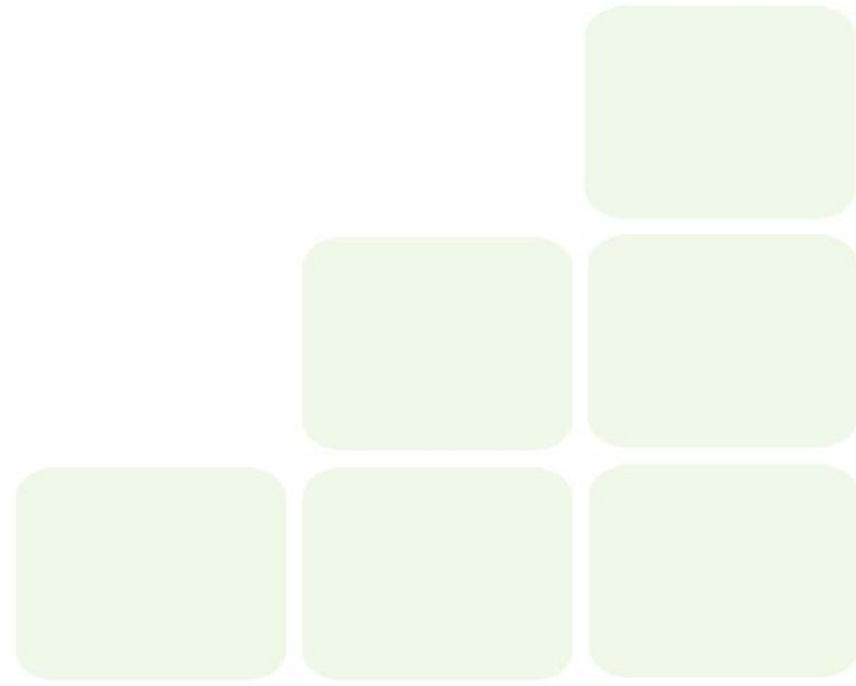


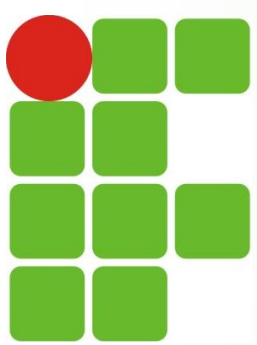




# Operações Lógicas

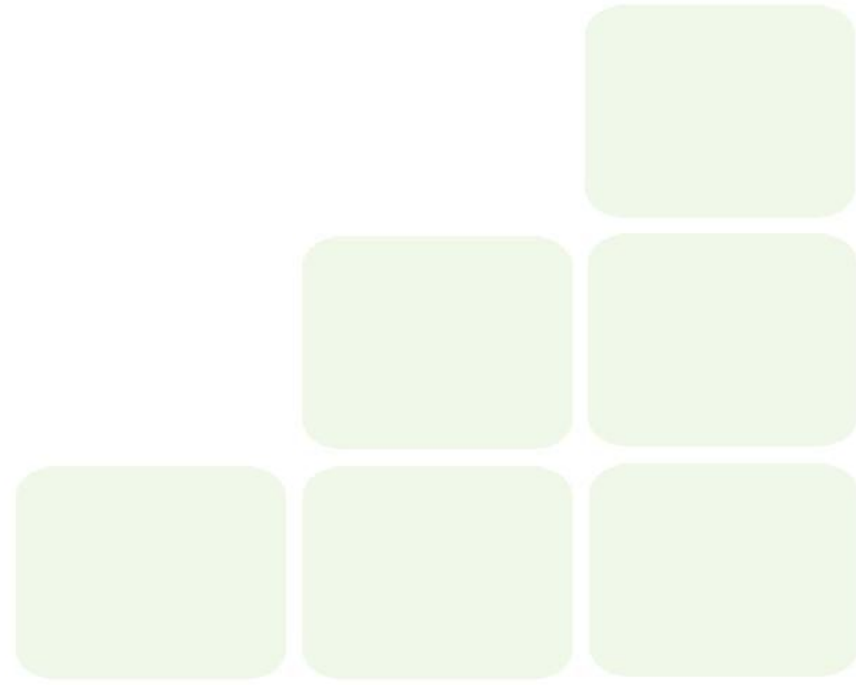
- Negação (  $\sim$  )
- Conjunção (  $\wedge$  )
- Disjunção (  $\vee$  )
- Disjunção Exclusiva (  $\underline{\vee}$  )
- Condicional (  $\rightarrow$  )
- Bicondicional (  $\leftrightarrow$  )

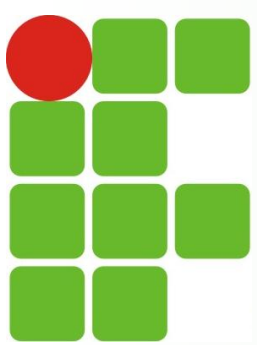




# Negação ( $\sim$ )

- A negação de uma proposição  $p$  é representada por
  - “**não**  $p$ ”;
  - “ $\sim p$ ”.
- O valor lógico é:
  - **V** quando  $p$  é **falso**;
  - **F** quando  $p$  é **verdadeira**.

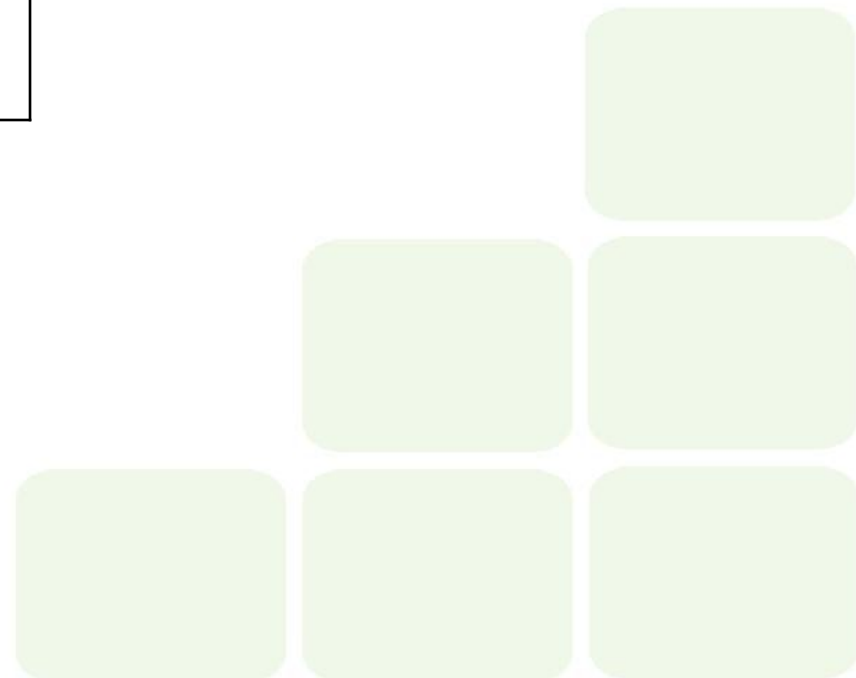


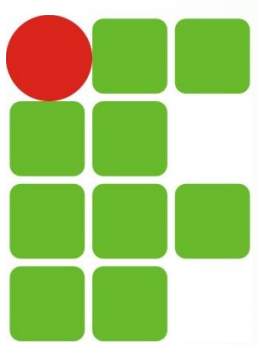


# Negação ( $\sim$ )

- Tabela Lógica:

<b>p</b>	<b><math>\sim p</math></b>
V	F
F	V



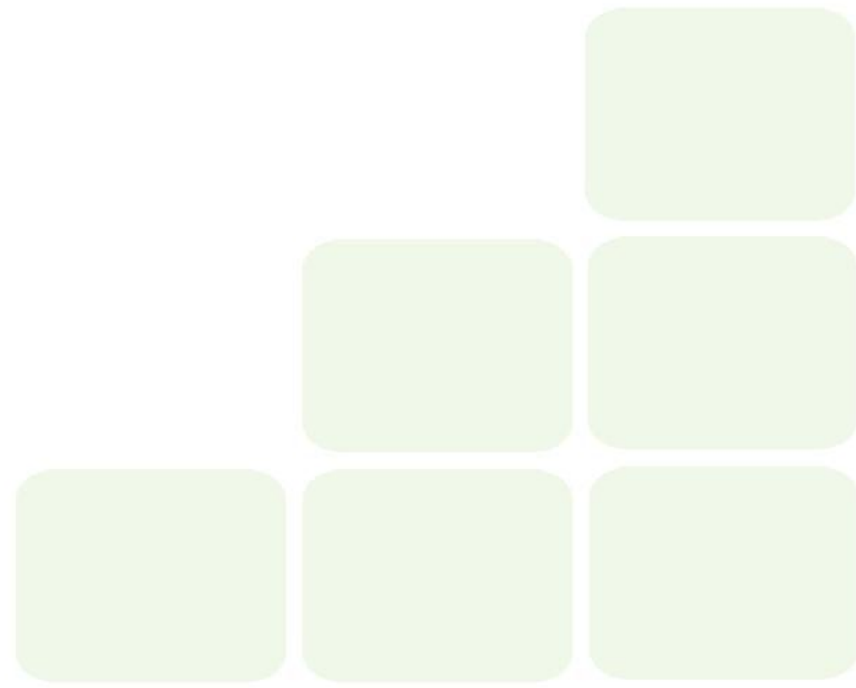


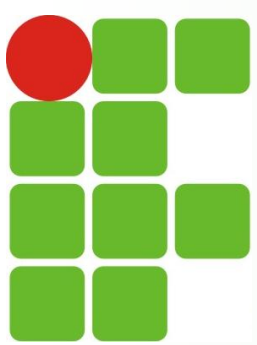
# Negação ( $\sim$ )

- Exemplos:

- $r$  : Roma é a capital da França

- $p$  :  $2+3=5$

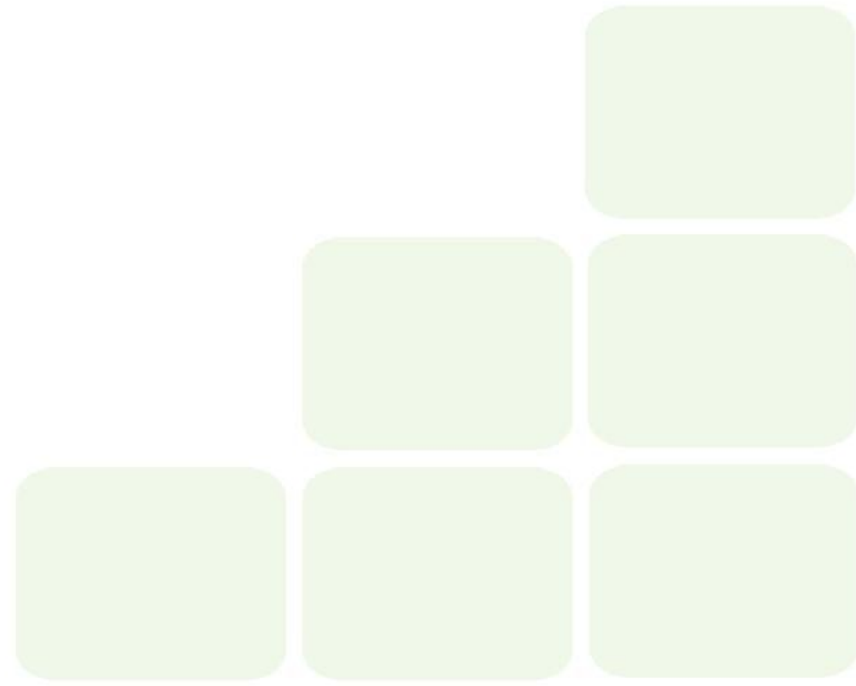


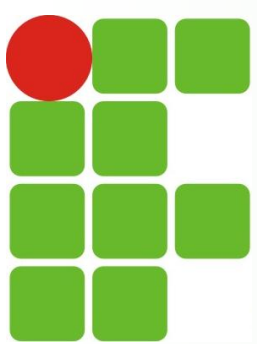


# Negação ( $\sim$ )

## ■ Exemplos:

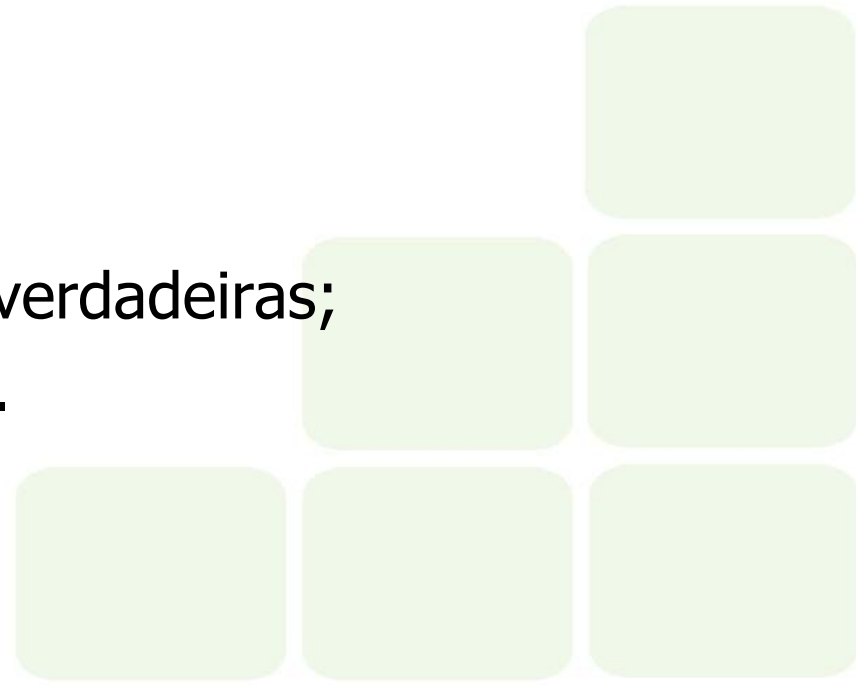
- $r$  : Roma é a capital da França (**F**)
- $\sim r$  : Roma não é a capital da França (**V**)
  
- $p$  :  $2+3=5$  (**V**)
- $\sim p$  :  $2+3 \neq 5$  (**F**)

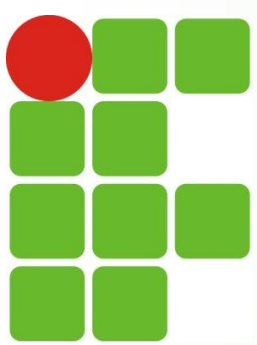




# Conjunção ( $\wedge$ )

- A conjunção de duas proposições **p** e **q** é representado por
  - “**p e q**”;
  - “**p  $\wedge$  q**”.
- Valor Lógico:
  - V quando p e q são ambas verdadeiras;
  - F quando nos demais casos.

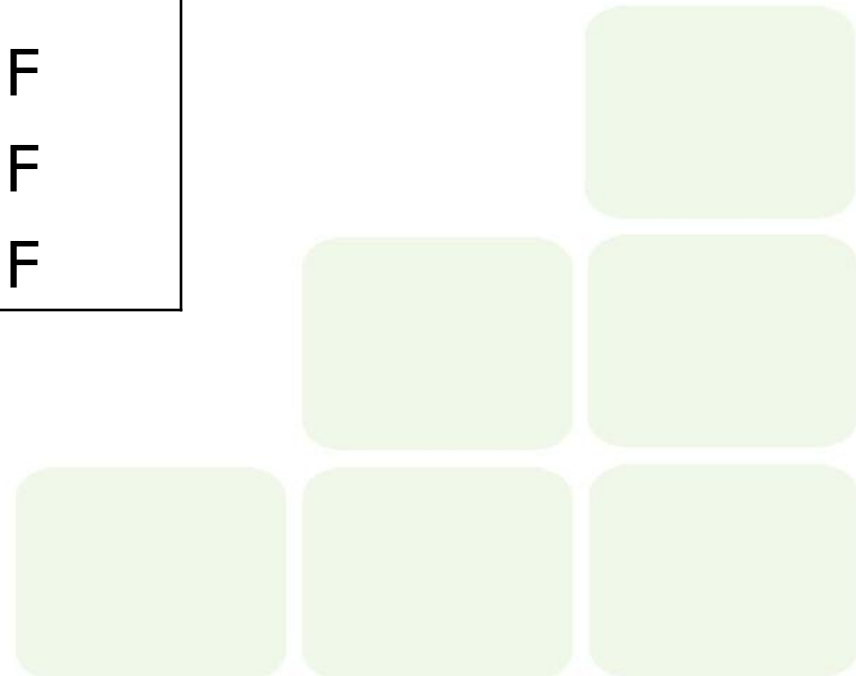


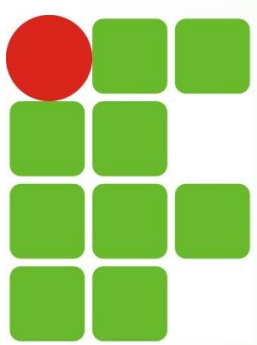


# Conjunção ( $\wedge$ )

- Tabela Lógica:

<b>p</b>	<b>q</b>	<b><math>p \wedge q</math></b>
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	F





# Conjunção ( $\wedge$ )

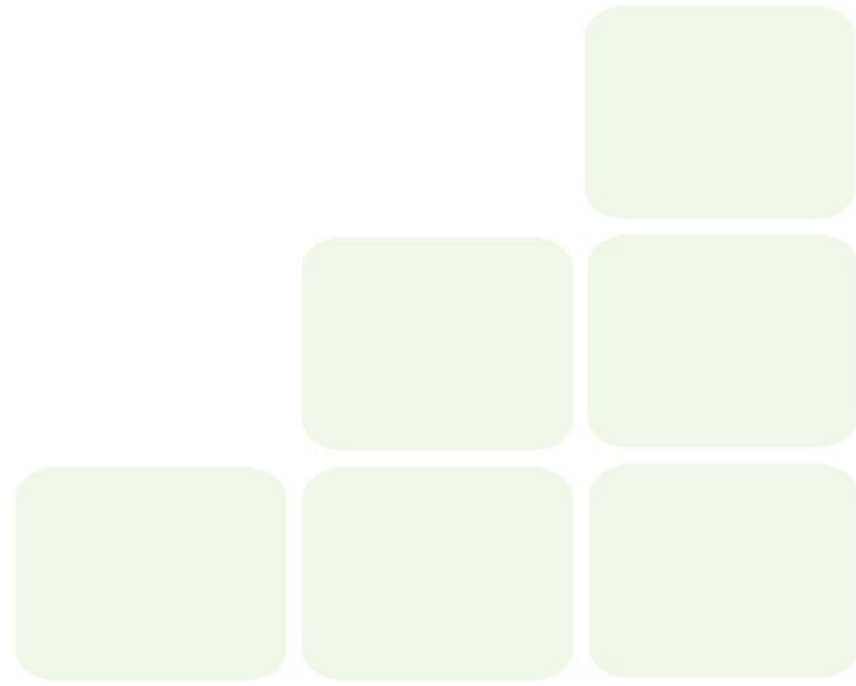
## ■ Exemplos:

■  $p$  : A neve é branca

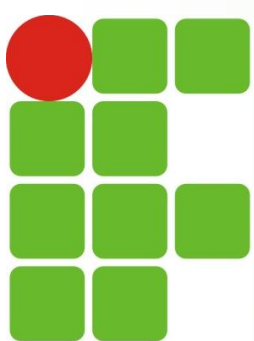
■  $q$  :  $2 < 5$

■  $r$  : 7 é um número primo

■  $s$  : O céu é vermelho







# Conjunção ( $\wedge$ )

## ■ Exemplos:

■  $p$  : A neve é branca **(V)**

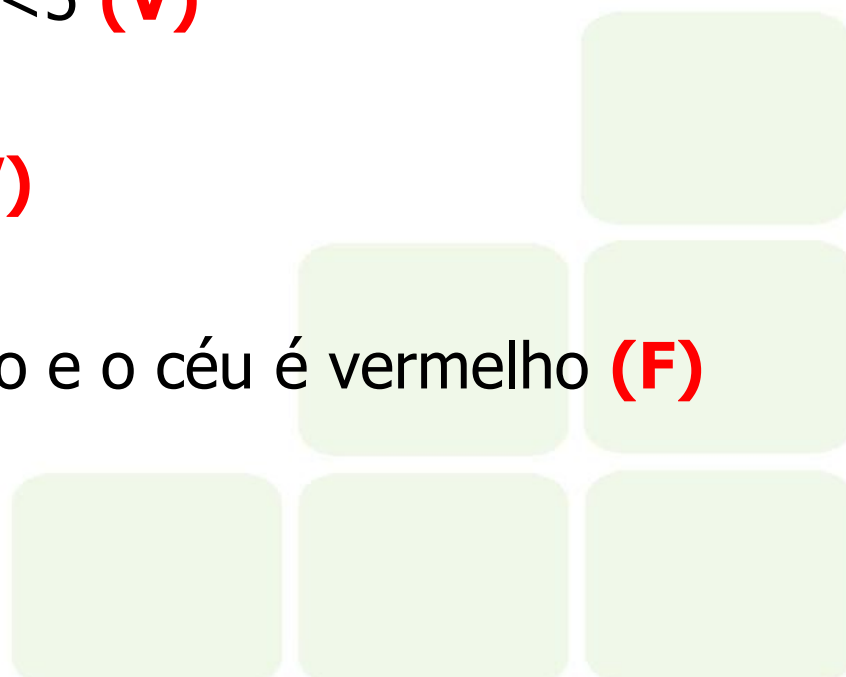
■  $q$  :  $2 < 5$  **(V)**

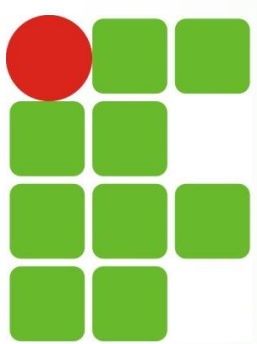
■  $p \wedge q$  : A neve é branca e  $2 < 5$  **(V)**

■  $r$  : 7 é um número primo **(V)**

■  $s$  : O céu é vermelho **(F)**

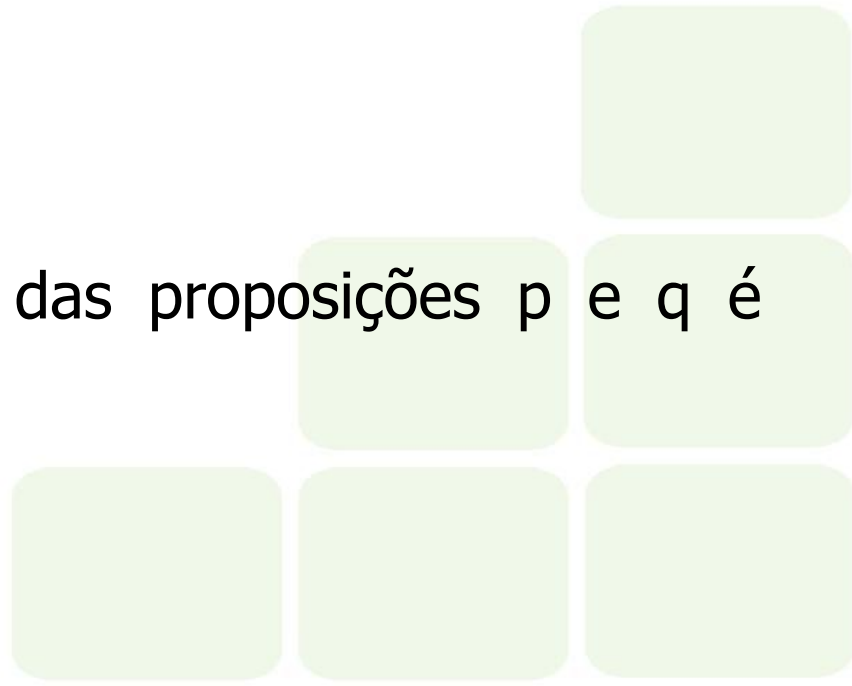
■  $r \wedge s$  : 7 é um número primo e o céu é vermelho **(F)**

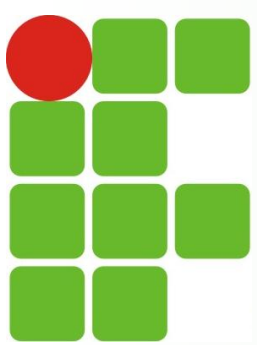




# Disjunção ( $\vee$ )

- A disjunção de duas proposições **p** e **q** é representado por:
  - “**p ou q**”;
  - “**p  $\vee$  q**”.
- Valor Lógico:
  - V quando ao menos uma das proposições p e q é verdadeira;
  - F quando ambas são falsas.

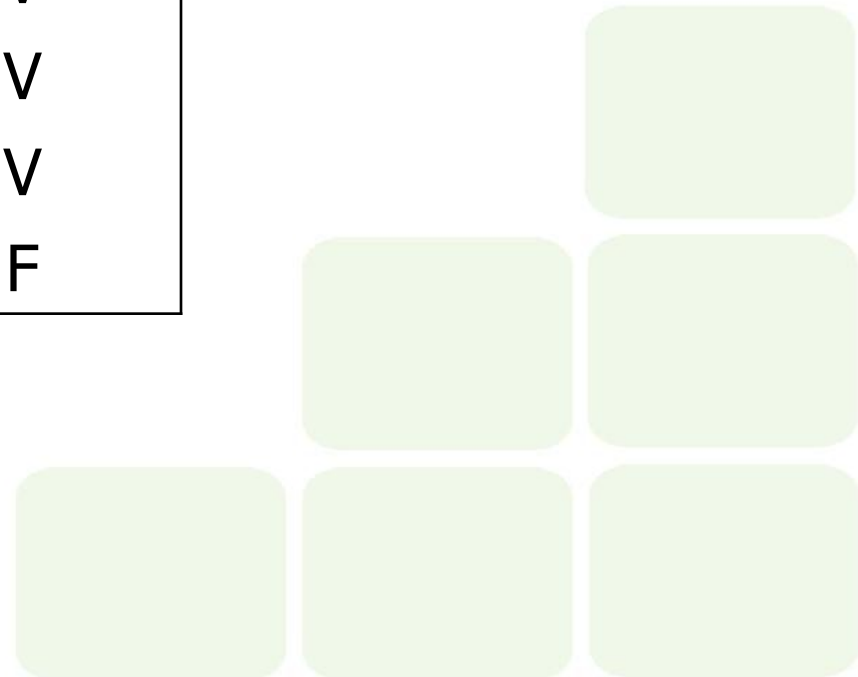


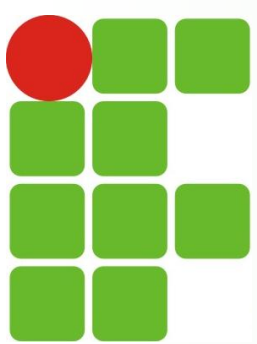


# Disjunção ( $\vee$ )

- Tabela Lógica:

<b>p</b>	<b>q</b>	<b>p <math>\vee</math> q</b>
V	V	V
V	F	V
F	V	V
F	F	F





# Disjunção ( $\vee$ )

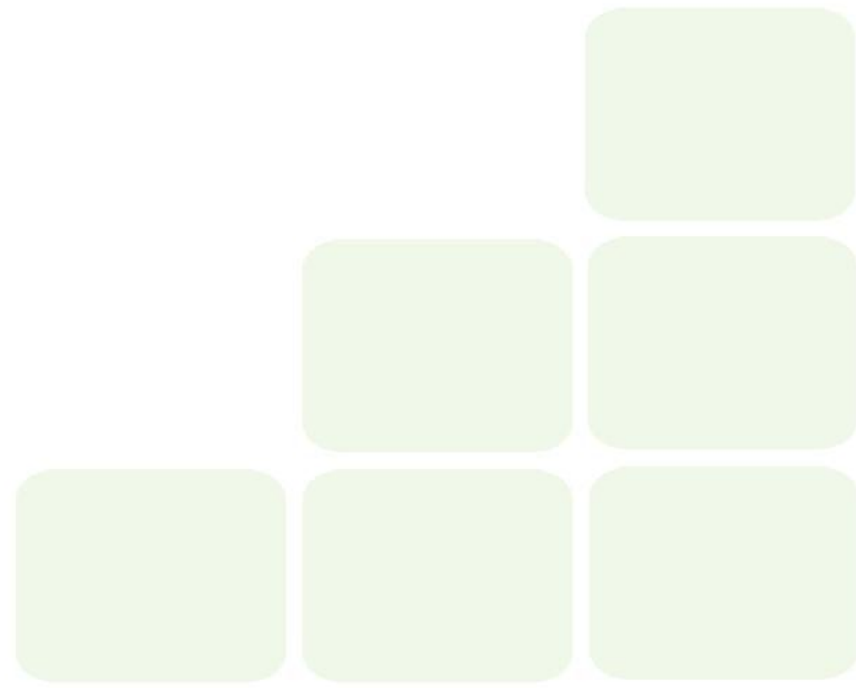
## ■ Exemplos:

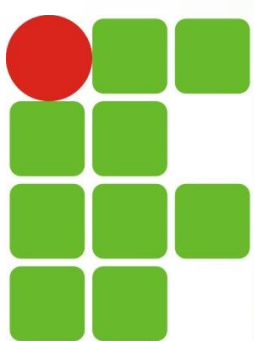
■  $p$  : Paris é a capital da França

■  $q$  :  $9-4=5$

■  $r$  : 7 é um número primo

■  $s$  : O céu é vermelho





# Disjunção ( $\vee$ )

## ■ Exemplos:

■  $p$  : Paris é a capital da França (**V**)

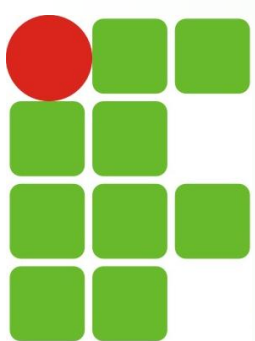
■  $q$  :  $9-4=5$  (**V**)

■  $p \vee q$  : Paris é a capital da França ou  $9-4=5$  (**V**)

■  $r$  : 7 é um número primo (**V**)

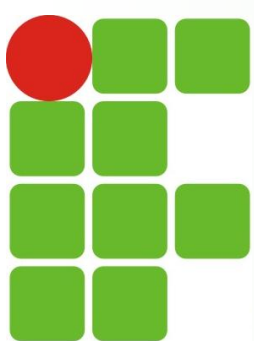
■  $s$  : O céu é vermelho (**F**)

■  $r \vee s$  : 7 é um número primo ou o céu é vermelho (**V**)



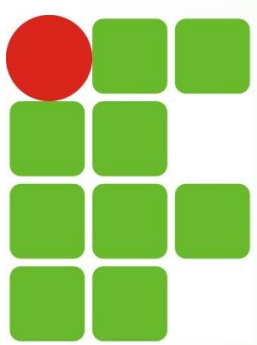
# Problema

- Verifique as seguintes proposições:
  - P : Carlos é médico ou professor
  - Q : Mario é alagoano ou gaúcho
- As duas proposições tem o mesmo significado?
- Solução: Disjunção Exclusiva (  $\underline{\vee}$  )



# Disjunção Exclusiva ( $\underline{\vee}$ )

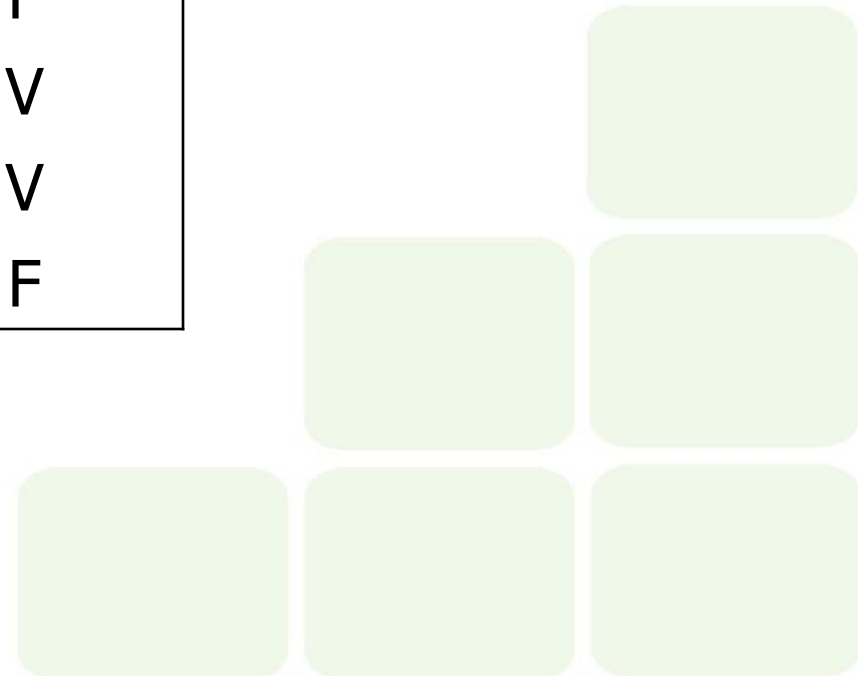
- A disjunção Exclusiva de duas proposições **p** e **q** é representado por
  - “**ou p ou q**”;
  - “**p  $\underline{\vee}$  q**”;
  - “**p ou q, mas não ambos**”.
- Valor Lógico:
  - V somente quando p é verdadeira ou q é verdadeira, mas não quando ambas são verdadeiras;
  - F quando ambas são verdadeiras ou ambas são falsas.



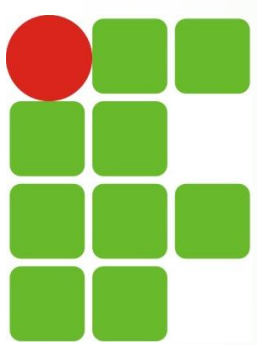
# Disjunção Exclusiva ( $\underline{\vee}$ )

- Tabela da Verdade:

<b>p</b>	<b>q</b>	<b><math>p \underline{\vee} q</math></b>
V	V	F
V	F	V
F	V	V
F	F	F







# Disjunção Exclusiva ( v )

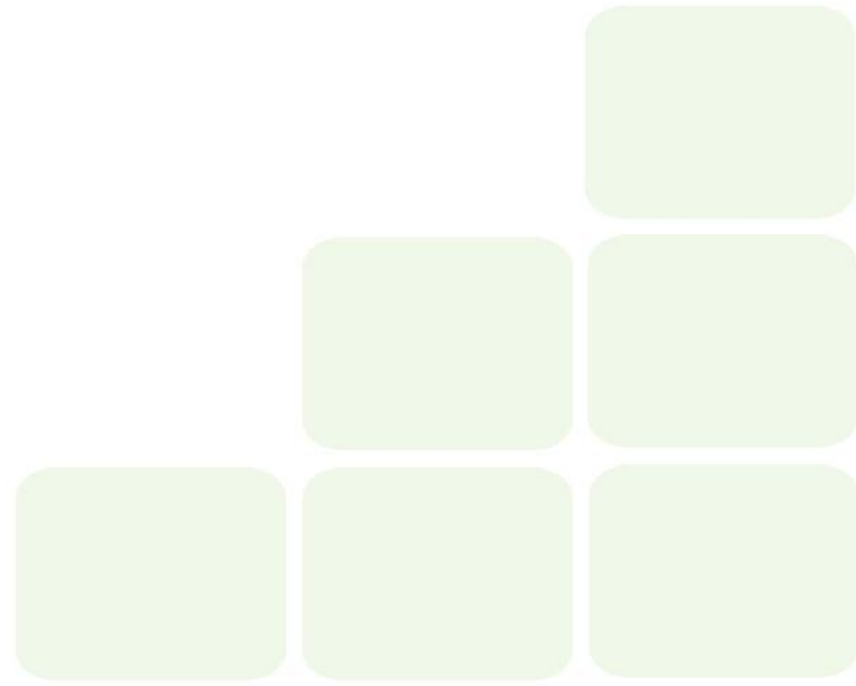
## ■ Exemplos:

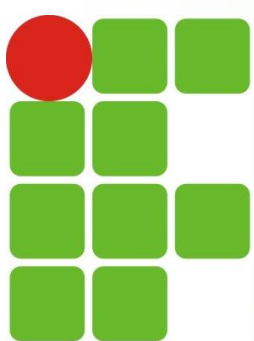
■ p : Mario é alagoano (V)

■ q : Mario é gaúcho (F)

■ r : O carro é preto (V)

■ s : O carro é importado (V)





# Disjunção Exclusiva ( $\underline{\vee}$ )

## ■ Exemplos:

■  $p$  : Mario é alagoano **(V)**

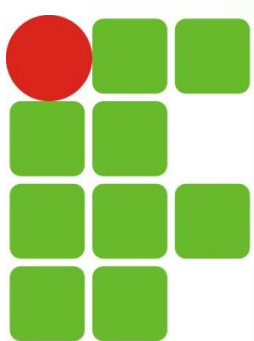
■  $q$  : Mario é gaúcho **(F)**

■  $p \underline{\vee} q$  : Ou Mario é alagoano ou Mario é gaúcho. **(V)**

■  $r$  : O carro é preto **(V)**

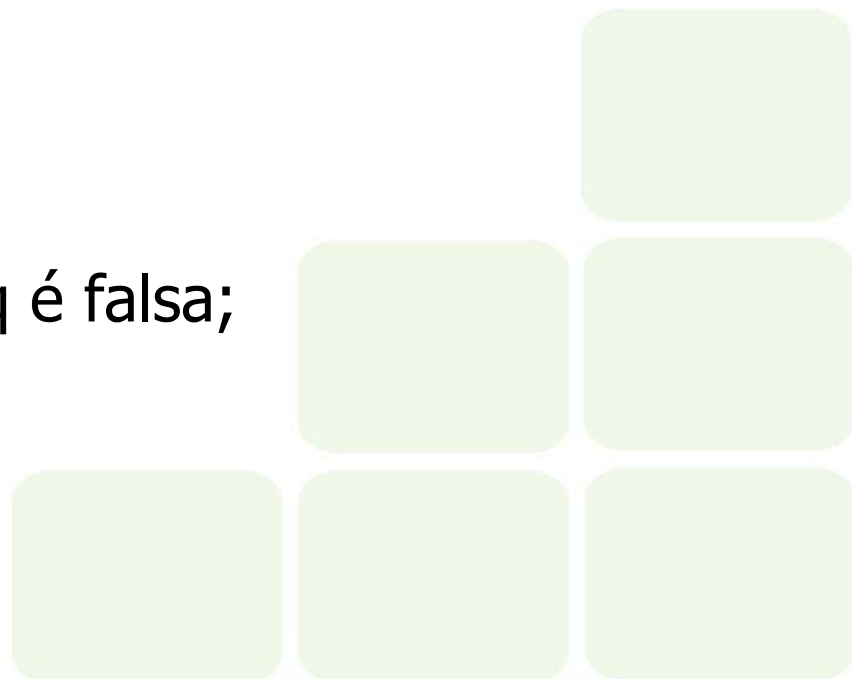
■  $s$  : O carro é importado **(V)**

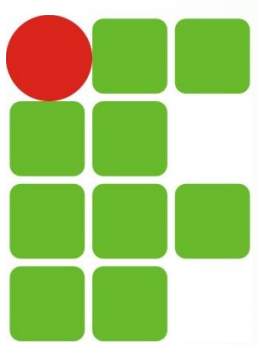
■  $r \underline{\vee} s$  : Ou o carro é preto ou o carro é importado. **(F)**



# Condicional ( $\rightarrow$ )

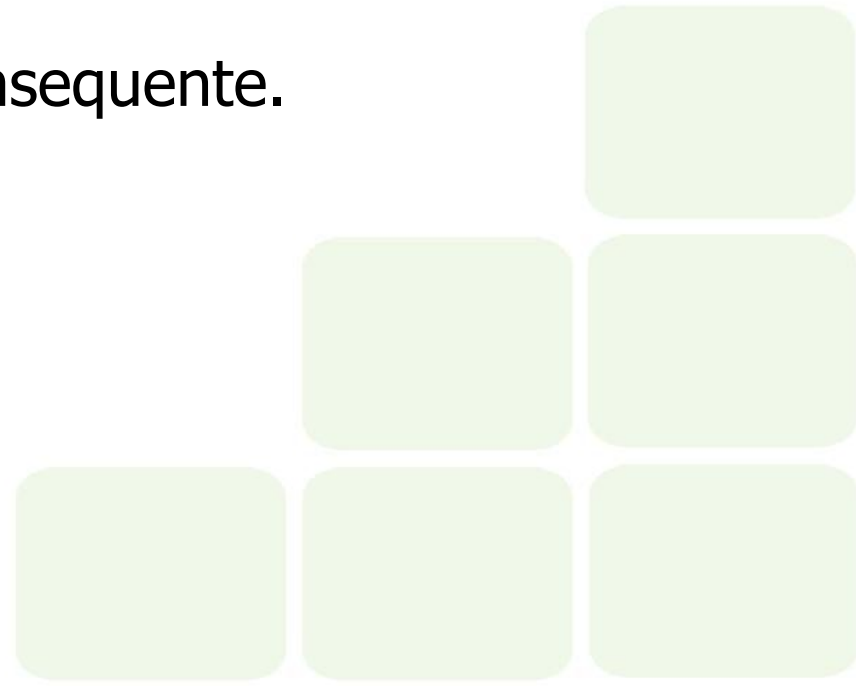
- A Condicional de duas proposições **p** e **q** é representado por
  - "se **p** então **q**";
  - "**p**  $\rightarrow$  **q**";
- Valor Lógico:
  - F quando p é verdadeira e q é falsa;
  - V nos demais casos.

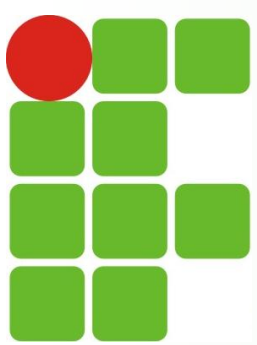




# Condicional ( $\rightarrow$ )

- “ $p \rightarrow q$ ” ou “se  $p$  então  $q$ ”:
  - $p$  é condição suficiente para  $q$
  - $q$  é condição necessária para  $p$
  - $p$  é o antecedente e  $q$  o conseqüente.
- $\rightarrow$  Símbolo de Implicação

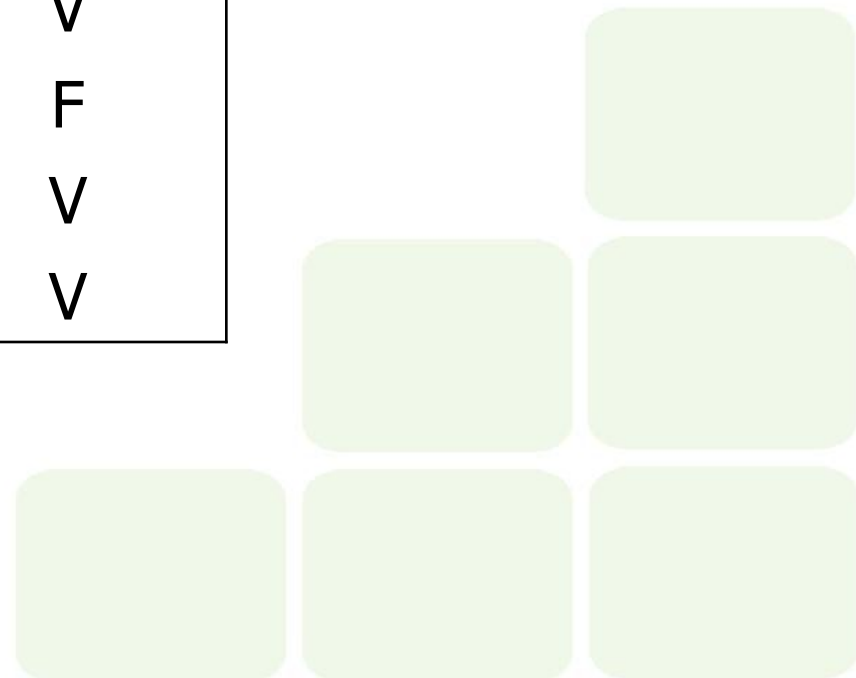


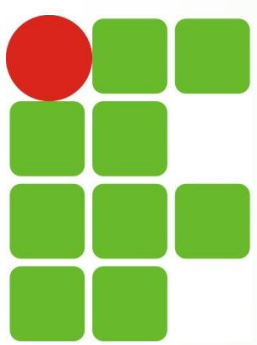


# Condicional ( $\rightarrow$ )

- Tabela da Verdade:

<b>p</b>	<b>q</b>	<b><math>p \rightarrow q</math></b>
V	V	V
V	F	F
F	V	V
F	F	V





# Condicional ( $\rightarrow$ )

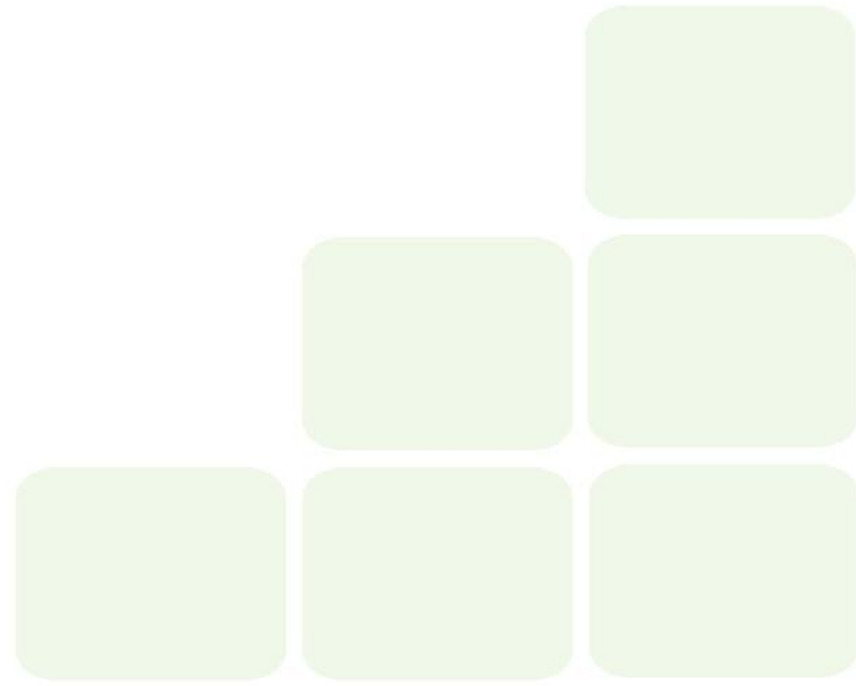
## ■ Exemplos:

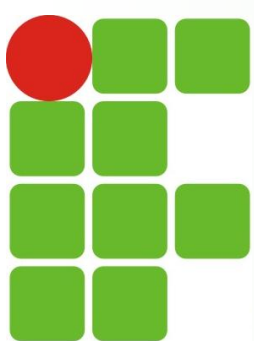
■ p : Flamengo empatou o jogo (V)

■ q : Flamengo venceu o jogo (F)

■ r : Choveu (V)

■ s : Está molhado (V)





# Condicional ( $\rightarrow$ )

## ■ Exemplos:

■  $p$  : Flamengo empatou o jogo **(V)**

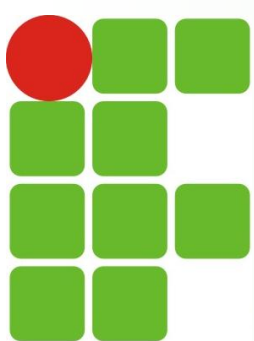
■  $q$  : Flamengo venceu o jogo **(F)**

■  $p \rightarrow q$  : Se Flamengo empatou o jogo, então Flamengo venceu o jogo **(F)**

■  $r$  : Choveu **(V)**

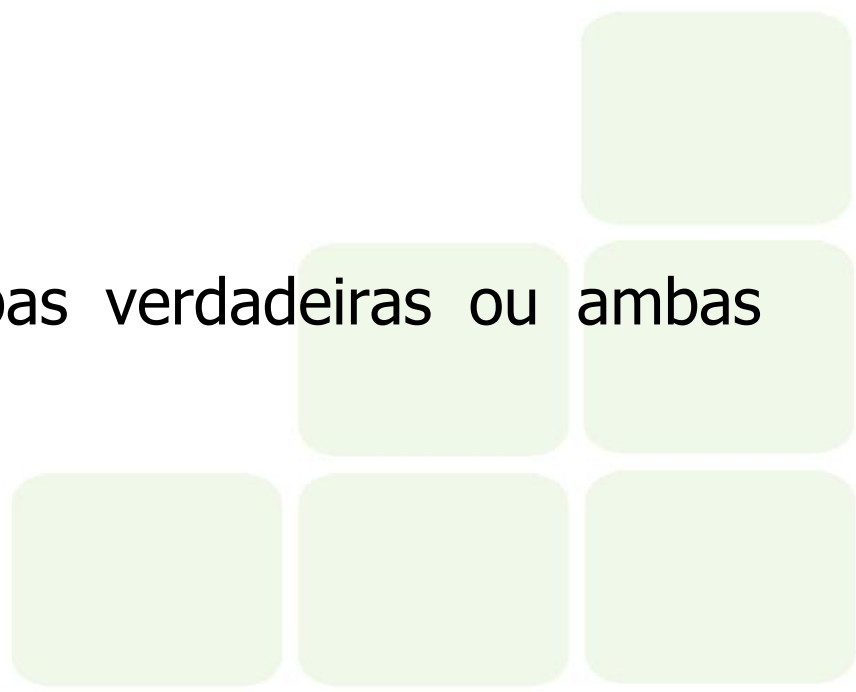
■  $s$  : Está molhado **(V)**

■  $r \rightarrow s$  : Se Choveu, então está molhado. **(V)**

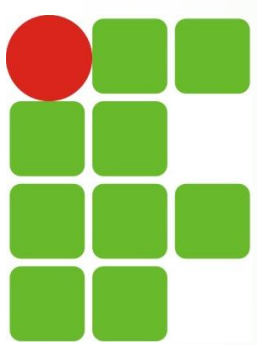


# Bicondicional ( $\leftrightarrow$ )

- A Bicondicional de duas proposições **p** e **q** é representado por
  - “**p se e somente se q**”;
  - “**p  $\leftrightarrow$  q**”;
- Valor Lógico:
  - V quando p e q são ambas verdadeiras ou ambas falsas;
  - F nos demais casos.



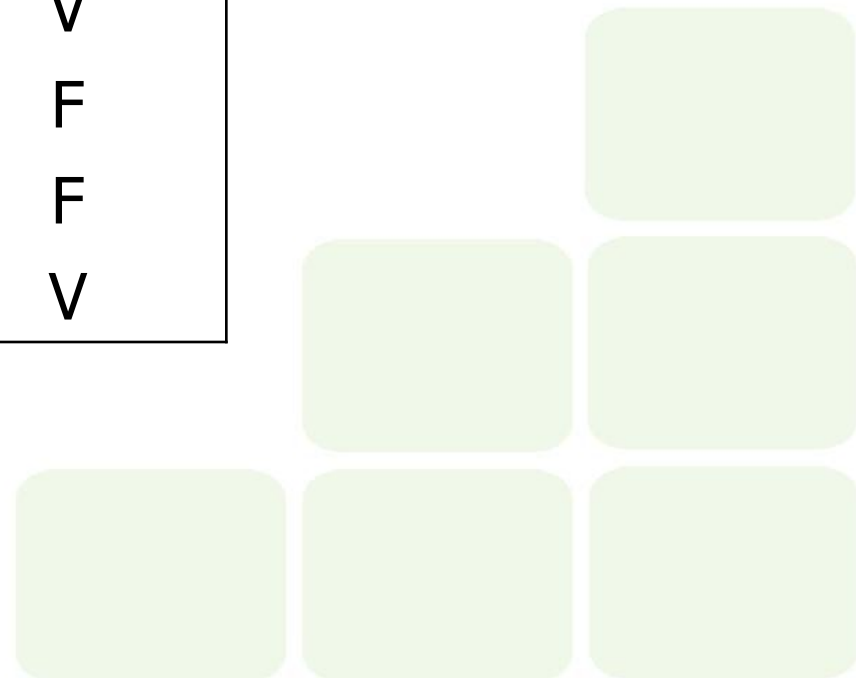


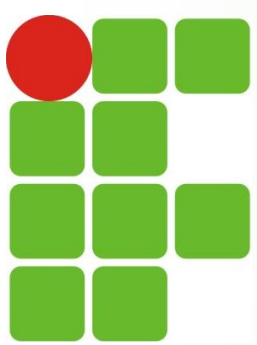


# Bicondicional ( $\leftrightarrow$ )

- Tabela da Verdade:

<b>p</b>	<b>q</b>	<b>p <math>\rightarrow</math> q</b>
V	V	V
V	F	F
F	V	F
F	F	V





# Bicondicional ( $\leftrightarrow$ )

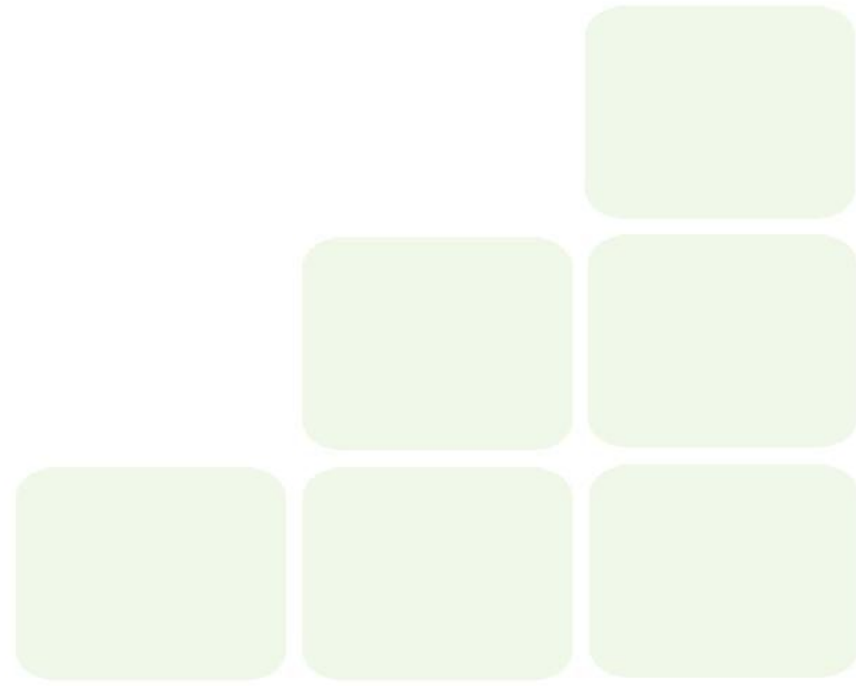
## ■ Exemplos:

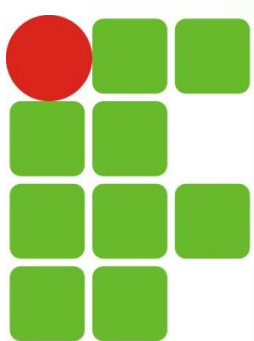
■ p : Será aprovado (V)

■ q : Estudar (V)

■ p : Será aprovado (V)

■ q : Estudar (F)





# Bicondicional ( $\leftrightarrow$ )

## ■ Exemplos:

■ p : Será aprovado **(V)**

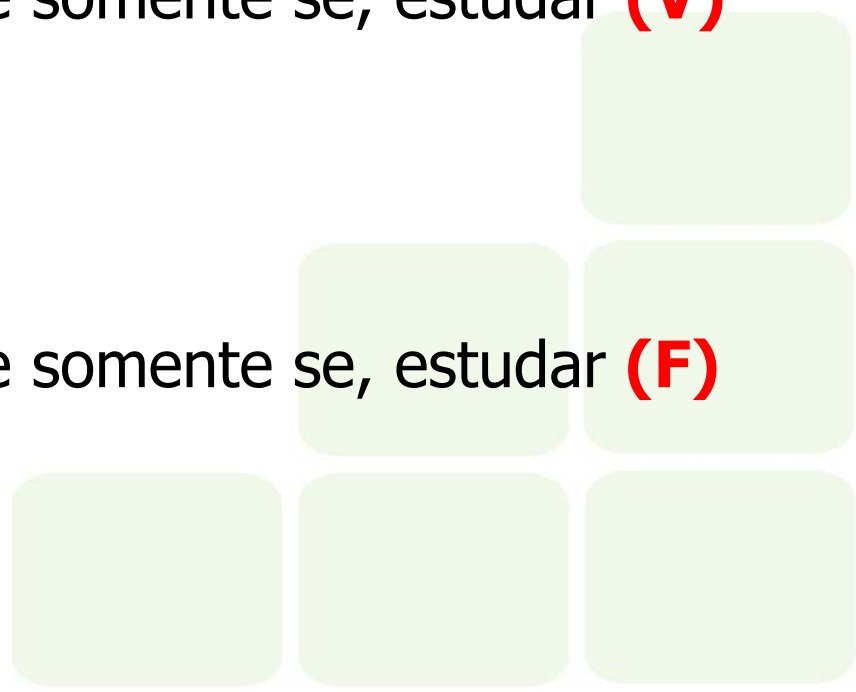
■ q : Estudar **(V)**

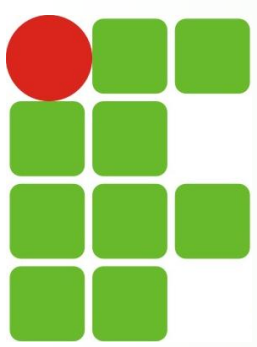
■  $p \leftrightarrow q$  : Será aprovado, se e somente se, estudar **(V)**

■ p : Será aprovado **(V)**

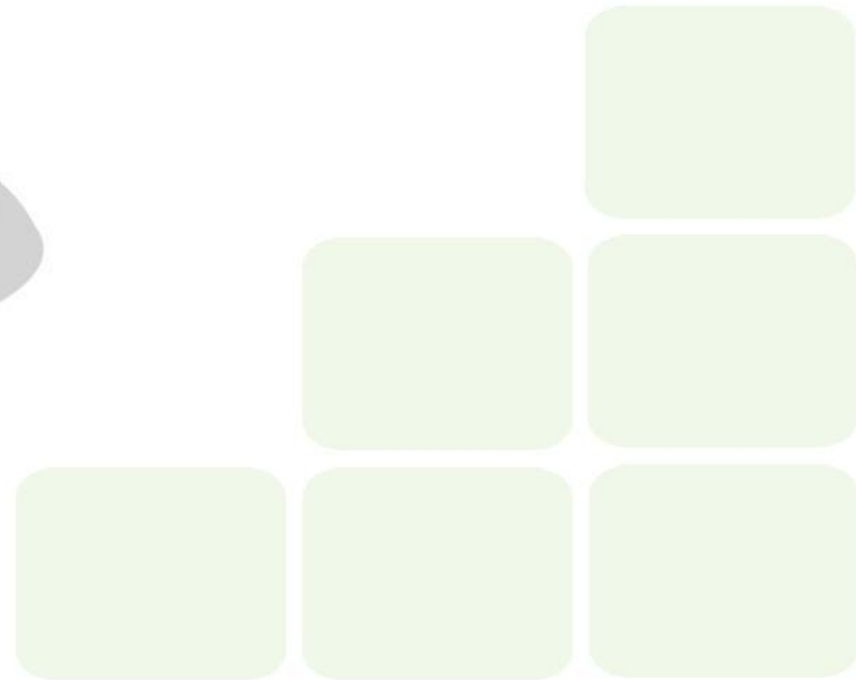
■ q : Estudar **(F)**

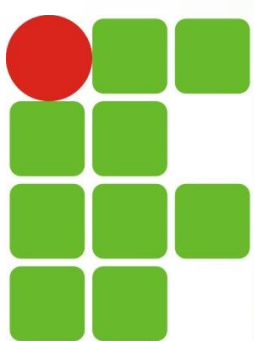
■  $p \leftrightarrow q$  : Será aprovado, se e somente se, estudar **(F)**





# Dúvidas?





# Exercício

- Sejam as proposições:

- $p$  : Está Frio

- $q$  : Está chovendo

- Traduzir para a linguagem corrente:

- $\sim p$

- $\sim q$

- $p \wedge q$

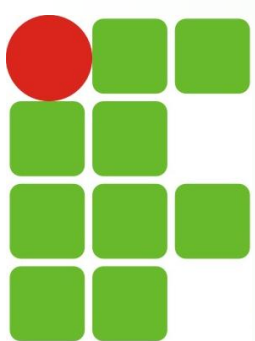
- $p \vee q$

- $p \underline{\vee} q$

- $p \rightarrow q$

- $p \leftrightarrow q$





# Exercício

- Utilizando as mesmas proposições:

- $p$  : Está Frio

- $q$  : Está chovendo

- Traduzir para a linguagem corrente:

- $\sim p \wedge \sim q$

- $p \rightarrow \sim q$

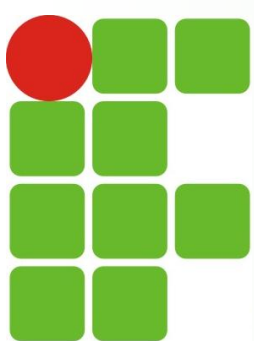
- $p \vee \sim q$

- $p \wedge \sim q \rightarrow p$

- $\sim\sim p$

- $p \wedge \sim\sim q$





# Exercício

- Utilizando as proposições a seguir:
  - $p$  : Maria é alta
  - $q$  : Maria é elegante
  
- Traduzir para a linguagem simbólica:
  - Maria é alta e elegante
  - Maria é alta ou elegante, mas não ambos
  - Maria é alta ou é baixa e elegante